

## Lógica Continua para Estructuras Métricas y Aplicaciones.

L. Pedro Poitevin

Si bien es cierto la lógica de primer orden clásica ocupa un sitio de privilegio en los fundamentos de la matemática, hay un buen número de razones por las que no se la considera el marco adecuado para el estudio de las propiedades de ciertas clases de estructuras no discretas. El teorema de Keisler-Shelah nos asegura que una clase es elemental si y sólo si es cerrada bajo isomorfismos, ultraproductos, y ultrarraíces, y es entonces evidente que, por ejemplo, la clase de los espacios de Banach no es elemental. En la década de los 60, Bretagnolle, Dacunha-Castelle, y Krivine introdujeron el concepto de *ultraproducto de espacios de Banach*, inspirados en la definición tradicional de ultraproducto, asegurándose de que, al hacer uso de esta nueva definición, un ultraproducto de espacios de Banach es un espacio de Banach. Posteriormente, Krivine continuó aplicando ideas provenientes de la teoría de modelos al estudio de la geometría de los espacios de Banach con marcado éxito.

A principios de la década de los 80, C. Ward Henson se propuso investigar el tipo de lógica que resulta de insistir en la validez del teorema de Keisler-Shelah, sustituyendo la definición de ultraproducto por la de ultraproducto de estructuras normadas, siendo esta última una generalización de la noción de ultraproducto de espacios de Banach investigada por Krivine y colaboradores. El resultado fue la lógica positiva acotada, un marco lógico que, si bien perfectamente adecuado para la investigación de la teoría de modelos de estructuras del análisis funcional, ha ido siendo desechado en favor de su sucesora, la lógica continua para estructuras métricas, desarrollada por el mismo Henson, en colaboración con Itai Ben Yaacov, Alex Berenstein, y Alex Usvyatsov, y a la que los expertos abiertamente consideran la lógica apropiada para el estudio de la teoría de modelos de estructuras típicas del análisis funcional.

En este cursillo presentaremos una introducción a los fundamentos de la lógica continua para estructuras métricas, y luego exploraremos algunas de sus recientes aplicaciones. En particular, prestaremos atención a la teoría de modelos de los retículos  $L_p(\mu)$  así como a la de los espacios de Nakano. La meta es demostrar la eliminación de cuantificadores y la estabilidad de ciertas clases naturales de retículos  $L_p(\mu)$  y de espacios de Nakano (sin átomos), así como indicar cómo obtener una lista exhaustiva de axiomas para las teorías de dichas clases. Si el tiempo lo permite, describiremos algunos de los más recientes avances en esta dirección. Al final del curso se plantearán un número de preguntas abiertas.